

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang 1988/89

ZSC 408/3 - Ilmu Mekanik Kuantum

Tarikh: 4 November 1988

Masa: 9.00 pagi - 12.00 tengah hari
(3 jam)

Jawab MANA-MANA EMPAT soalan sahaja.
Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Terangkan makna kenyataan bahawa dua kuantiti terukur adalah serasi (compatible). Buktikan teorem bahawa jika dua kuantiti terukur adalah serasi, kedua-dua operator yang mewakili kuantiti terukur itu adalah berkomut.
(40/100)
- (b) Suatu operator A mempunyai suatu nilai eigen a dan tiga fungsi eigen ψ_1 , ψ_2 dan ψ_3 yang tak bersandar linear. Buktikan bahawa sebarang gabungan linear bagi ψ_1 , ψ_2 dan ψ_3 adalah suatu fungsi eigen bagi A dengan nilai eigen a .
(10/100)
- (c) Tunjukkan bagaimana tiga fungsi u_1 , u_2 dan u_3 yang saling berotogon boleh didapati dengan menggunakan tatacara mengortogonal Schmidt daripada fungsi eigen ψ_1 , ψ_2 dan ψ_3 di atas.
(50/100)
2. (a) Bincangkan penggunaan model osilator harmonik mudah dalam sistem-sistem fizik.
(30/100)
- (b) Hamiltonian H bagi suatu osilator harmonik mudah 1-D adalah

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$$

di mana m adalah jisim osilator itu dan ω adalah frekuensi sudut klasik. Operator ciptaan

a^\dagger dan operator pemusnah-habisan a ditakrifkan sebagai

$$a^\dagger = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} x - \frac{i}{\sqrt{2m\hbar\omega}} p$$

dan

$$a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} x + \frac{i}{\sqrt{2m\hbar\omega}} p$$

(i) Tunjukkan bahawa $[H, a^\dagger] = \hbar\omega a^\dagger$ dan $[H, a] = -\hbar\omega a$. (20/100)

(ii) Jelaskan sebabnya a^\dagger dinamakan operator ciptaan dan a dinamakan operator pemusnah habisan. (20/100)

(iii) Dapatkan nilai eigen tenaga bagi H . (30/100)

3. (a) Jelaskan sebabnya fungsi eigen bagi momentum sudut orbital adalah penting untuk menyelesaikan Persamaan Schrodinger bagi atom hidrogen. Dapatkan persamaan jejarian bagi atom hidrogenik dan huraikan sifat-sifat nilai eigen tenaga bagi atom hidrogenik.

$$[Diberi: \tilde{p}^2 = p_r^2 + \frac{L^2}{r^2}]$$

$$\text{dimana } p_r = -i\hbar \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r$$

dan L adalah operator momentum sudut orbital.] (60/100)

(b) Suatu keadaan teruja bagi atom hidrogen mempunyai fungsi gelombang

$$\psi_{n\ell m}(r, \theta, \phi) = A r^2 e^{-r/3a_0} \sin \theta \cos \theta e^{i\phi}$$

dimana A ialah pemalar penormalan dan a_0 ialah jejari pertama Bohr. Carikan nilai nombor kuantum

l dan m . Diberikan bahawa

$$\tilde{L}^2 = - \frac{\hbar^2}{\sin \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right)$$

(40/100)

4. (a) Hamiltonian H bagi suatu sistem fizik adalah.

$$H = H_0 + H_1$$

Di sini, H_0 adalah Hamiltonian yang boleh diselesaikan dengan tepat untuk memberi nilai eigen tenaga E_k dan fungsi eigen u_k . H_1 adalah suatu usikan yang dianggap kecil. Tunjukkan bahawa pembetulan peringkat pertama ϵ_1 bagi paras tenaga E_k yang tak degenerat diberi dengan

$$\epsilon_1 = \int u_k^* H_1 u_k d\tau$$

(40/100)

- (b) Suatu elektron berjisim m bergerak dengan gerakan harmonik mudah dalam 1-D dan mempunyai Hamiltonian

$$H_0 = - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

dimana ω adalah frekuensi sudut klasik. Suatu medan elektrik lemah dikenakan di sepanjang arah gerakan. Hamiltonian bagi sistem diusik boleh dituliskan sebagai

$$H = H_0 + H_1$$

dimana $H_1 = -bx$, b adalah suatu pemalar kecil.

Hitungkan pembetulan peringkat pertama ϵ_1 dan pembetulan peringkat kedua bagi tenaga keadaan asas.

[Diberikan: Formula bagi pembetulan tenaga peringkat kedua ϵ_2 diberi oleh

$$\epsilon_2 = \sum_{n \neq k} \frac{|(H_1)_{nk}|^2}{E_k - E_n}$$

dimana

$$(H_1)_{nk} = \int u_n^* H_1 u_k d\tau]$$

(60/100)

5. Tulis nota pendek bagi tiap-tiap topik yang berikut:-

(a) Operator Adjoin

(25/100)

(b) Momentum sudut orbital dalam sistem medan pusat.

(25/100)

(c) Kedegeneratan bagi osilator harmonik mudah dalam 3-D.

(25/100)

(d) Penggunaan kaedah variasi.

(25/100)